

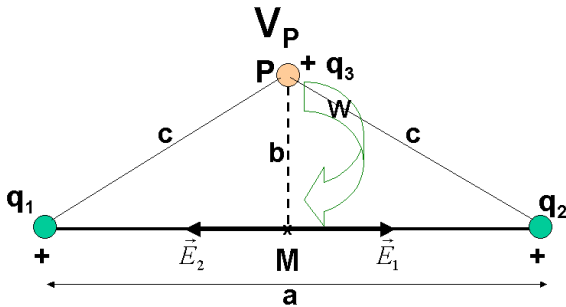
## Problemas Opción A:

- 1.- En los extremos de una varilla de 6 m de longitud se encuentran dos cargas eléctricas idénticas de 2 C. Calcula: a) La intensidad del campo eléctrico en el punto central M de la varilla. b) El potencial en un punto P situado verticalmente sobre el centro de la varilla y a una distancia del mismo de 4 m. c) El trabajo que hace el campo eléctrico para llevar una carga de 1  $\mu\text{C}$  desde el punto P hasta el punto M.

Los datos que proporciona el problema son:  $q_1 = q_2 = 2\text{C}$ ;  $d = a = 6\text{m}$ ;  $\frac{a}{2} = 3\text{m}$ ; En la figura representamos la situación descrita

Aplicando el teorema de Pitágoras:  $c = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5\text{ m}$

a) **Calculo de  $\vec{E}_M$ :** La intensidad del campo creado por dos cargas, viene dado por el teorema de superposición, según el cuál el campo total es la suma de los campos creados por cada una de las cargas. Supongamos en el punto M, la unidad de carga positiva y representamos y calculemos la acción que sobre la misma ejercen  $q_1$  y  $q_2$ . Como la intensidad de campo es una magnitud vectorial, la intensidad de campo en M vendrá dado por:



$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (E_1 \vec{i}) + (-E_2 \vec{i}) = (E_1 - E_2) \vec{i} = 0 \text{ N/C}$$

pues  $E_1 = E_2$ , ya que:

$$(\vec{E}_1 = E_1 \cdot \vec{i}) \Rightarrow E_1 = K \frac{q_1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2}{(3)^2} = 2 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$(\vec{E}_2 = -E_2 \cdot \vec{i}) \Rightarrow E_2 = K \frac{q_2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2}{(3)^2} = 2 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

b) **Calculo de  $V_P$ :** Aplicando el teorema de superposición y teniendo en cuenta que el potencial es una magnitud escalar

$$V_P = V_1 + V_3 = K \frac{q_1}{c} + K \frac{q_2}{c} = \frac{K}{c} (q_1 + q_2) = \frac{9 \cdot 10^9}{5} (2 + 2) = \left(\frac{36}{5}\right) \cdot 10^9 = 7,2 \cdot 10^9 \text{V};$$

$$V_P = 7,2 \cdot 10^9 \text{V}$$

c) **Calculo del trabajo que hacen las fuerzas del campo eléctrico sobre  $q_3 = 1 \mu\text{C}$  para llevarla del punto P al M**

Dicho trabajo es igual al producto de la carga que se traslada por la diferencia de potencial eléctrico que existe entre dichos dos puntos. Por tanto  $(W_{q_3})_{P \rightarrow M} = q_3 \cdot (V_P - V_M)$ . Calculemos previamente el potencial en cada uno de dichos puntos:

$$V_P = \frac{36}{5} \cdot 10^9 \text{V} = 7,2 \cdot 10^9 \text{V}$$

$$V_M = V_1 + V_3 = K \frac{q_1}{\left(\frac{a}{2}\right)} + K \frac{q_2}{\left(\frac{a}{2}\right)} = \frac{K}{\left(\frac{a}{2}\right)} (q_1 + q_2) = \frac{9 \cdot 10^9}{3} (2 + 2) = \left(\frac{36}{3}\right) \cdot 10^9 = 12 \cdot 10^9 \text{V} = 1,2 \cdot 10^{10} \text{V}$$

Sustituyendo en la expresión del trabajo:

$$(W_{q_3})_{P \rightarrow M} = q_3 \cdot (V_P - V_M) = 10^{-6} \cdot (7,2 \cdot 10^9 - 12 \cdot 10^9) = 10^{-6} (-4,8 \cdot 10^9) = -4,8 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$(W_{q_3})_{P \rightarrow M} = -4,8 \cdot 10^3 \text{ J}$  El trabajo puede ser negativo porque el desplazamiento se realiza en sentido contrario al campo. Es decir hay que realizar una fuerza para vencer al campo, por tanto el trabajo se realiza en contra del campo y es negativo.

Esto es debido a que las cargas positivas se desplazan espontáneamente perdiendo energía potencial, es decir se desplazan de potenciales altos a bajos. Y en nuestro caso  $V_P < V_M$ , por lo que  $(V_P - V_M) < 0$  y por tanto la  $\Delta E_P > 0$ , como  $W = -\Delta E_P < 0$ .

## Problemas Opción A:

2.- Calcula la longitud de onda asociada a las siguientes partículas:

- Un protón con una energía cinética de  $2.5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$ .
- Una pelota de golf de 50g que se mueve con una velocidad de  $400 \text{ ms}^{-1}$ .
- Un electrón que es emitido por el sodio cuando se ilumina con una radiación de 5 eV.

Datos:  $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ;  $m_p = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ; Trabajo de extracción del sodio = 2,5eV:  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

La longitud de onda de de Broglie ( $\lambda$ ) de una partícula que se mueve con una velocidad  $v$ , pequeña frente a la de la luz,

c, vendrá dada por la expresión:  $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$  Por tanto:

**a) Cálculo de la longitud de onda del protón de  $E_c$  dada**

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot (1,66 \cdot 10^{-27}) \cdot (2,5 \cdot 10^{-10})}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{8,3 \cdot 10^{-37}}}$$

$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-18}} = 7,28 \cdot 10^{-11} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 7,28 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$\lambda = 7,28 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,728 \text{ \AA}$$

Longitud de onda del orden del tamaño del protón

**b) Cálculo de la longitud de onda de la pelota de golf**

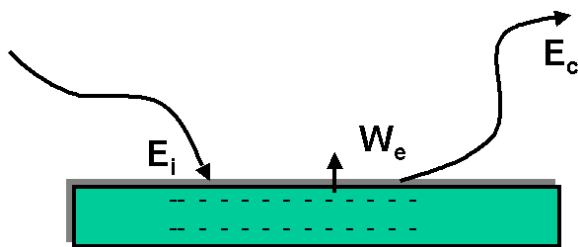
$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}) \cdot (\text{s})}{(5 \cdot 10^{-2} \text{ kg}) \cdot (4 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ kg}) \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot (\text{m}) \cdot (\text{s})}{20 \text{ (kg)} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})} = 3,3 \cdot 10^{-35} \text{ m} \Rightarrow$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^{-35} \text{ m} \quad \lambda = 3,3 \cdot 10^{-25} \text{ \AA}$$

Longitud de onda muy pequeña comparada con el tamaño del objeto. Esto hace que los aspectos ondulatorios de la materia en el mundo macroscópico se encuentren enmascarados, sean indetectables, por lo que no son relevantes, pudiéndose seguir aplicando las leyes de la física clásica. Esto es debido al pequeño valor de la constante de Planck

**c) Cálculo de la longitud de onda del electrón que es emitido por el sodio al iluminarlo:**

Calculo en primer lugar de la  $E_c$  con que sale el electrón al ser iluminado con radiación incidente de 5 eV



Según el principio de conservación de la energía se cumple la llamada ecuación de Planck - Einstein del efecto fotoeléctrico: "La energía de la radiación incidente es igual al trabajo necesario para extraer al electrón más la energía cinética que le comunica una vez arrancado. Lo que viene dado por la expresión":

$$E_i = W_e + E_c \Rightarrow E_c = E_i - W_e = 5 \text{ eV} - 2,5 \text{ eV} = 2,5 \text{ eV}$$

$$E_c = 2,5 \text{ (eV)} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19}) \left( \frac{\text{J}}{\text{eV}} \right) = 4,005 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Como la energía cinética viene dada por la expresión:  $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}$

Sustituyendo en la ecuación de de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot (9,11 \cdot 10^{-31}) \cdot (4,005 \cdot 10^{-19})}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{7,297 \cdot 10^{-49}}}$$

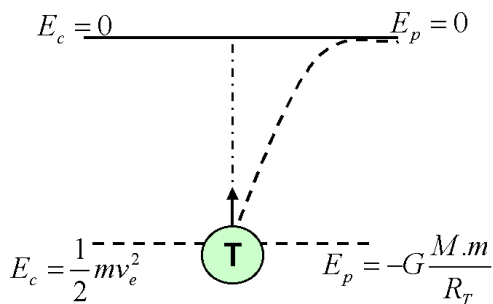
$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{8,54 \cdot 10^{-25}} = 7,76 \cdot 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 7,76 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$\lambda = 7,76 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 7,76 \text{ \AA}$  Del orden del tamaño del electrón. Longitud de onda lo suficientemente grande comparada con las dimensiones del sistema, que hace que en el mundo microscópico las propiedades ondulatorias de la materia sean observables.

## Cuestiones. Opción A

**1.- Deduce la velocidad de escape de un satélite terrestre a partir de la conservación de la energía.**

La velocidad de escape es la velocidad que debe de adquirir un cuerpo para que se escape de la atracción terrestre.



Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica entre el punto de la superficie terrestre y el punto en que está libre de dicha atracción, tendremos:

$$E_{M_A} = E_{M_B} \Rightarrow E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B} \text{ Sustituyendo:}$$

$$\left( \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 \right) + \left( \frac{-GMm}{R} \right) = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

Como se cumple que:

$$F_g = P \Rightarrow \frac{G \cdot M \cdot m}{R^2} = mg \Rightarrow G \cdot M = g \cdot R^2$$

Tendremos, sustituyendo:

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot R^2}{R}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R}$$

Podemos deducir que la velocidad de escape es independiente del objeto que se lanza. Así una nave espacial, necesita la misma velocidad y escape que una molécula. Esta expresión es válida para objetos lanzados desde cualquier planeta de masa M y radio R

Numéricamente, para el caso de la velocidad de escape de un satélite, de la superficie terrestre, tendremos:  
 $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ;  $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$v_e = \sqrt{2 \cdot g \cdot R} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = \sqrt{1,25 \cdot 10^8} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,11 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 11.100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 11,1 \text{ km.s}^{-1}$$

Esta es la mínima velocidad para que el cuerpo pueda salir y escapar de la influencia del planeta.

**2.- Una partícula de masa m oscila en el eje OX según la ecuación  $x(t) = A \text{sen}(\omega t + \varphi)$ . Obtén la expresión de la energía para esta masa en función de la Amplitud de la oscilación.**

La energía mecánica o total de una partícula es la suma de sus energía cinética y potencial:  $E_M = E_C + E_p$

Como:

$$X(t) = A \text{sen}(\omega t + \varphi) \Rightarrow v = \frac{dX(t)}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow a = \frac{dv(t)}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) = -\omega^2 \cdot X$$

Por tanto sustituyendo en la expresión de la energía cinética y de la energía potencial elástica, tendremos:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} K \cdot A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

Como:  $\cos^2(\omega t + \varphi) = 1 - \text{sen}^2(\omega t + \varphi) \Rightarrow$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \omega^2 [1 - \text{sen}^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 [A^2 - A^2 \text{sen}^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 (A^2 - X^2)$$

**Calculo de la Energía mecánica a partir de la energía cinética máxima**

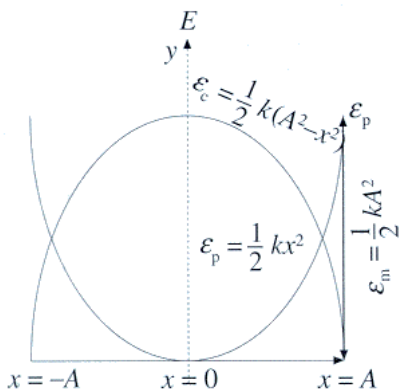
La energía cinética es proporcional al cuadrado de la amplitud y depende de la posición  $X$  en que se encuentra la partícula que oscila. De tal forma que si  $X=0$  (en el centro de la trayectoria), la energía cinética es máxima, teniendo en ese punto su máxima velocidad. La energía cinética es **máxima en el centro de oscilación y cero en los extremos**. Para el valor máximo de la energía cinética, la energía potencial es nula y la energía cinética máxima es igual a la energía mecánica. Por tanto:

$$E_M = E_{c\max} = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow \text{donde } K = m \cdot \omega^2;$$

Lo que se deduce comparando la ecuación fundamental de la dinámica:  $F = m \cdot a = -m \cdot \omega^2 \cdot X$ ; con la ley de Hooke:  $F = -K \cdot X$ , tendremos que:  $K = m \cdot \omega^2$

**Otra forma de obtener la expresión de la energía** es a partir de la energía potencial máxima (en los extremos de la oscilación). En efecto, sabemos que:

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot X^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot X^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 A^2 \text{sen}^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} K A^2 \text{sen}^2(\omega t + \varphi);$$



su valor máximo será cuando:

$\text{sen}(\omega t + \varphi) = 1$ ; con lo que:

$$E_M = E_{p\max} = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} K \cdot A^2$$

**Otra forma de obtener la energía**

**mecánica a partir de las sumas de la energías cinética y potencial:**

$$E_M = E_c + E_p = \frac{1}{2} K \cdot A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} K A^2 \text{sen}^2(\omega t + \varphi) \Rightarrow$$

$$E_M = \frac{1}{2} K A^2 [\text{sen}^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2} K A^2$$

O bien:  $E_M = E_c + E_p = 1/2 K(A^2 - X^2) + 1/2 K X^2 = 1/2 K A^2$

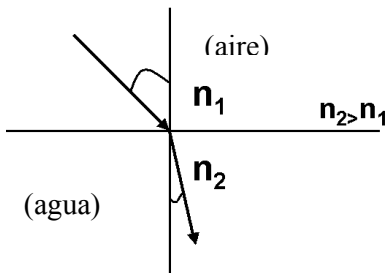
En la figura se representa la variación de la energía con la elongación y se observa cómo aumenta la energía potencial cuando aumenta la energía cinética y viceversa. Se observan dos valores de la elongación para los cuales ambas energía valen lo mismo, cuando las dos parábolas de la figura se cortan. En el m.a.s. la energía mecánica permanece constante.

para los cuales ambas energía valen lo mismo, cuando las dos parábolas de la figura se cortan. En el m.a.s. la energía mecánica permanece constante.

### 3.- Enuncia la ley de Snell de la refracción. Pon un ejemplo e ilústralo con un diagrama de rayos.

La refracción se produce cuando una onda llega a la superficie de separación de dos medios de propagación distintos. **La refracción consiste en un cambio en la dirección de propagación y en el valor de la velocidad.**

Cuando la luz en su camino se encuentra con una superficie de separación entre dos medios transparentes, además de la reflexión, se produce un cambio en la dirección y sentido de la trayectoria de la luz en el segundo medio, debido a la distinta rapidez de propagación. Cada medio transparente viene caracterizado por su índice de refracción,  $n$ , que indica la relación entre la rapidez de la luz en el vacío y la rapidez de la luz en dicho medio ( $n=c/v$ ). En la refracción se cumple la ley de Snell.



**La ley de Snell** de la refracción nos dice que la relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante característica de los dos medios. Esta constante es igual al índice de refracción relativo del segundo medio con respecto al primero o también es igual al cociente entre la velocidad de la luz en el primer medio y en el segundo.

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

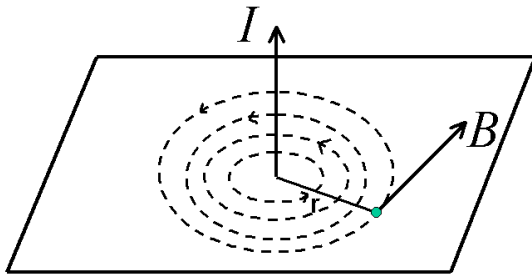
Cuando la luz pasa de un medio a otro de mayor índice de refracción (más refringente), como del aire al agua, el rayo refractado se acerca a la normal.

Cuando la luz incide desde un medio de mayor índice de refracción (menor rapidez de la luz) como el agua a uno de menor índice de refracción (mayor rapidez de la luz) como el aire, la luz se aleja de la normal; ello hace que cuando miramos desde fuera del agua "parezca" que el objeto se halle en una posición menos profunda de lo que en realidad se encuentra.

Si seguimos la marcha de un frente de ondas en el agua, podemos apreciar que este se ensancha. Esta es la razón por la que los objetos dentro del agua se vean ampliificados.

### 4.- Un hilo conductor indefinido por el que circula una corriente eléctrica $I$ crea un campo magnético $\vec{B}$ . Escribe la expresión de su módulo y señala como es su dirección y sentido.

Los físicos franceses Biot y Savart, estudiaron los campos magnéticos que crean las corrientes, midieron el valor de la inducción magnética  $\mathbf{B}$  debida a un conductor rectilíneo largo, por el que circula una corriente de intensidad  $\mathbf{I}$  a una distancia  $r$  del mismo.



Llegaron a la conclusión de que el **campo creado en cada punto del espacio** es directamente proporcional a la intensidad de corriente que circula por el conductor e inversamente proporcional a la distancia  $r$  del mismo.

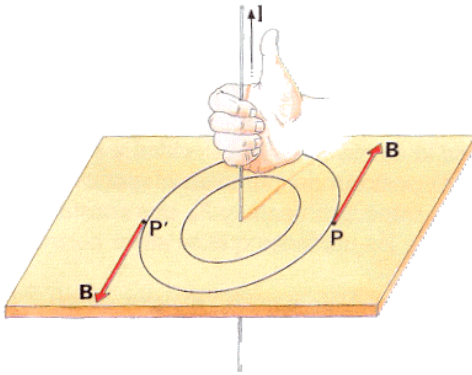
Su valor, en **módulo**, viene determinado por la expresión:

$$B = K_m \cdot \frac{I}{r} \Rightarrow \text{Como } K_m = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad \text{Ley de Biot y Savart}$$

donde, en el vacío:  $K_m = 2 \cdot 10^{-7}$ ;  $\Rightarrow \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T.m/A}$

Además, la intensidad del campo magnético depende del medio; esta dependencia viene determinada por el valor de la permeabilidad magnética  $\mu$ .

La unidad de  $B$  en el sistema internacional se llama Tesla. La **dirección** del vector inducción magnética,  $\mathbf{B}$ , es tangente a la trayectoria de las líneas del campo en el punto considerado y el **sentido** de las líneas del campo viene dado por la regla de la mano derecha: " si se coge el conductor con la mano derecha, apuntando con el dedo pulgar en la dirección de la intensidad de corriente  $\mathbf{I}$ , el resto de los dedos rodean al conductor en el mismo sentido que las líneas del campo.



Las líneas de campo son por tanto círculos cuyo sentido se puede determinar por el de los dedos cuando se rodea el hilo conductor con la mano derecha y el pulgar señalando la dirección de la intensidad. Estas líneas se pueden visualizar atravesando una cartulina con un alambre conductor. Al espolvorear la cartulina con limaduras de hierro éstas se orientan bajo la acción del campo magnético creado formando círculos concéntricos alrededor del conductor.

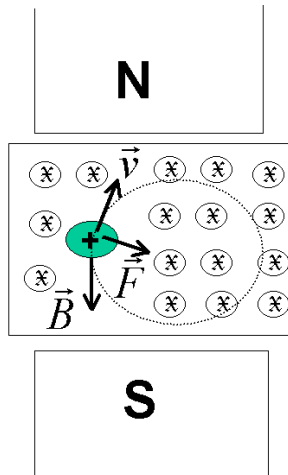
## Problemas Opción B:

**1.- Un protón entra perpendicularmente en una región del espacio donde existe un campo magnético de 3T con una velocidad de 2500 kms<sup>-1</sup>.**

- a) **Dibuja los vectores: campo magnético, velocidad del protón y fuerza que actúa sobre el protón.**  
 b) **Calcula el radio de la órbita que describe el protón.**  
 c) **Calcula el número de vueltas que da el protón en 0.1s.**

Datos:  $q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

- a) **Dibujar las magnitudes que actúan sobre el protón:** Cuando una carga móvil  $q$  se mueve con una velocidad  $v$  dentro de un campo magnético  $B$  se encuentra sometida a una fuerza  $F$ , de valor:  $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$



(Fuerza de Lorentz)

$F$ ,  $v$  y  $B$  forman un triedro trirectángulo, siendo en este caso perpendiculares entre sí.

La dirección y sentido de  $F$  vienen dados por la regla del producto vectorial. Su dirección es siempre perpendicular al plano formado por  $v$  y  $B$  y su sentido depende del signo de la carga. Si  $q$  es positiva, la fuerza tendrá el sentido del vector  $\vec{v} \times \vec{B}$ .

Para averiguar en cada caso, la dirección y el sentido de la fuerza magnética se puede utilizar la **regla de la mano derecha**, para una carga positiva: "Sitúa la mano derecha de manera que los dedos índice y pulgar sean perpendiculares entre sí, y perpendiculares a su vez a los tres dedos restantes. Si giras la mano de manera que el índice indique el sentido del movimiento ( $v$ ), los tres dedos corazón, anular y meñique indican las líneas de inducción del campo ( $B$ ) y el pulgar indicará la fuerza a la que está sometida la carga ( $F$ )".

Sea un campo magnético uniforme en el que  $B$  es perpendicular al plano del papel y dirigido hacia dentro. Si una carga positiva  $q^+$  penetra perpendicularmente a este campo con una velocidad  $v$ , está sometida a una fuerza  $F$  perpendicular a la velocidad y contenida en el plano del papel dirigiéndose hacia el centro de la trayectoria circular que describe la carga al cambiar de dirección su velocidad. Al ser constantes  $q$ ,  $v$  y  $B$ , la fuerza también lo será. Esta fuerza no tiene componente en la dirección del movimiento, por tanto es siempre perpendicular a dicha dirección. El campo magnético aunque no realiza ningún trabajo sobre la carga, le imprime una aceleración constante, perpendicular a la dirección de la velocidad, es **una fuerza centrípeta. La partícula describe una circunferencia en la que  $F$  es la fuerza centrípeta y  $v$  la velocidad tangencial.** La fuerza magnética no modifica el módulo de la velocidad sino que le proporciona una aceleración normal.

**b) Calculo del radio de la órbita que describe el protón**

Si igualamos la fuerza magnética de Lorentz con la fuerza centrípeta o normal se tiene:

$$F = qvB = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{(1,67 \cdot 10^{-27})(\text{kg}) \cdot (2,5 \cdot 10^6)(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})}{(1,6 \cdot 10^{-19})(\text{C}) \cdot (3)(\text{T})} = \frac{(4,175 \cdot 10^{-21})}{(4,8 \cdot 10^{-19})} \text{ m} = 8,70 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,87 \text{ cm}$$

$$R = 8,70 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,87 \text{ cm}$$

Este será el radio de la circunferencia descrito por la partícula que atraviesa la región donde existe el campo magnético.

**c) Calculo del número de vueltas que da en 0,1 s**

Como el protón gira siguiendo un movimiento periódico, circular uniforme, el número de vueltas dependerá del ángulo total girado.

$$\text{Para ello calculamos en primer lugar el ángulo girado: } \theta = \omega \cdot t = \frac{v}{R} \cdot t = \frac{2,5 \cdot 10^6}{8,7 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-1} = 2,87 \cdot 10^7 \text{ rad}$$

El número de vueltas será:  $N = \frac{\theta}{2 \cdot \pi} = \frac{2,87 \cdot 10^7}{6,28} = 4,57 \cdot 10^6 \text{vueltas}$  ;  $N = 4,57 \cdot 10^6 \text{vueltas}$

La partícula recorre millones de vueltas en décimas de segundo, debido a su gran velocidad.

**2.- Una lente cóncavo-plana tiene un radio de 70cm y está construida con un vidrio con índice de refracción de 1.8. Calcula:**

- La distancia focal y la potencia de la lente.
- La distancia a la que se formará la imagen de un objeto de 15 cm de altura situado a 3.5 m de la lente. Explica el tipo de imagen.
- Dibuja el objeto, la lente, el diagrama de rayos y la imagen.

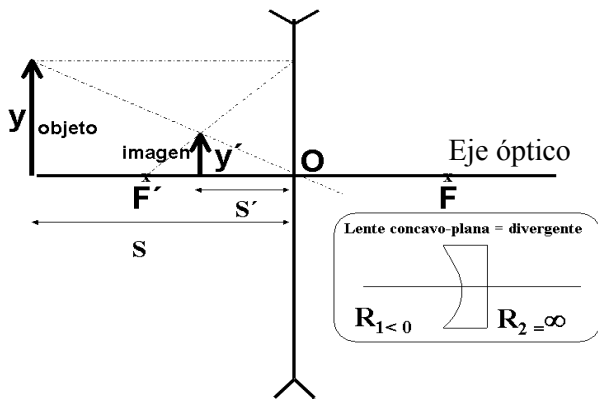
Las lentes son objetos transparentes limitados por superficies esféricas. Son sistemas ópticos centrados formados por dos dioptrios en, de los que uno al menos es un dioptrio esférico. Una lente cóncavo - plana es una lente divergente más gruesa por el extremo que por el centro. En las lentes divergentes  $f' < 0$  y todas las imágenes son virtuales. Las imágenes formadas por lentes divergentes siempre son virtuales, derechas y de menor tamaño que el objeto.

Las ecuaciones a emplear serán las de las lentes delgadas son:

Ecuación fundamental:  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$  ; Distancia focal:  $\frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$  ; donde  $f' = -f$ ;

Aumento lateral:  $M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$  ; Potencia de una lente:  $P = \frac{1}{f'}$

Donde  $s$  y  $s'$  son las distancias objeto y la distancia imagen respecto a la lente,  $f'$  es la distancia focal imagen, y  $e$  y  $y'$  son los tamaños del objeto y de la imagen respectivamente.



emergiendo paralelo al eje óptico. (No dibujado en el gráfico)

Empezaremos a resolver el problema por el apartado gráfico

**c) Dibujando el objeto, la imagen, la lente y el diagrama de rayos.**

El objeto está situado a una distancia mayor que el doble de la distancia focal imagen. **Dibujamos la lente divergente perpendicular al eje óptico que pasa por su centro.**

Para la **construcción gráfica de las imágenes** se trazan dos rayos conocidos de los tres siguientes y hallando su intersección después de refractarse en la lente:

- Un rayo paralelo al eje óptico una vez refractado pasa por el foco imagen  $F'$
- Un rayo que pase por el centro óptico de la lente no se desvía
- Un rayo que pase por el foco objeto  $F$  se refracta

**a) Cálculo de la distancia focal y la potencia de la lente**

Según el convenio de signos (Normas DIN) los datos del problema son:  $R_1 = -70 \text{ cm} = -0,7 \text{ m}$ ;  $n = 1,8$ ;  $y = 15 \text{ cm} = -0,15 \text{ m}$ ;  $s = -3,5 \text{ m} = -350 \text{ cm}$

Aplicando la ecuación de la distancia focal de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{f'} = (1,8 - 1) \left( \frac{1}{-70} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{-0,80}{70} = -0,0114 \text{ cm}^{-1};$$

$$f' = -87,72 \text{ cm} = -0,88 \text{ m}$$

**Cálculo de la potencia de la lente:**  $P = \frac{1}{f'} = -0,0114 \text{ cm}^{-1} = -1,14 \text{ m}^{-1} = -1,14 \text{ dioptrias}$  ;

$$P = -1,14 \text{ dioptrias}$$

El signo negativo tanto de la distancia focal imagen, como de la potencia, nos indica que la lente es divergente

**b) Calculo de La distancia a la que se formará la imagen "s'" y tipo de imagen**

**Calculo de la posición de la imagen: Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:**

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,7} = \frac{1}{-0,88} \Rightarrow s' = \frac{616}{1580} m = -0,389m = -38,9cm ; s' = -38,9cm$$

**Calculo del tamaño de la imagen y'. Aplicando la ecuación del aumento lateral:**

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{15} = \frac{-38,9}{-350} \Rightarrow y' = 1,667cm$$

Como era de esperar el tamaño de la imagen es menor que la del objeto.

**Tipo de imagen:** La imagen formada es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

**Cuestiones. Opción B**

1.- Dos cargas puntuales se atraen entre sí con una fuerza de módulo F. Si duplicamos el valor de una de las cargas, cambiamos el signo de la otra y las separamos el doble de distancia, ¿cuál será la nueva fuerza entre las cargas? Calcula la nueva fuerza en función de F.

El valor de la fuerza de módulo F vendrá dado por la ley de Coulomb, de expresión:  $F = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

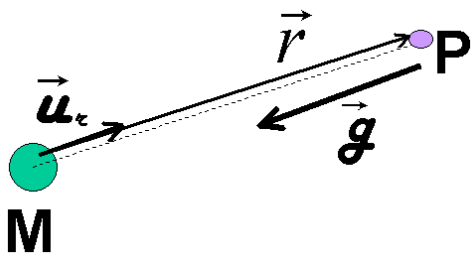
La nueva fuerza F<sub>2</sub> en función de los cambios realizados: Q<sub>1</sub>' = 2 Q<sub>1</sub>; Q<sub>2</sub>' = -Q<sub>2</sub>; r' = 2r

$$\text{vendrá dado por: } F_2 = K \frac{(2Q_1) \cdot (-Q_2)}{(2r)^2} = -2K \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4r^2} = -\frac{1}{2} \left[ K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \right] = -\frac{1}{2} F = \frac{-F}{2}$$

El **módulo** de la nueva fuerza valdrá:  $F_2 = \frac{F}{2}$  y tendrá la **misma dirección y sentido contrario que F**

2.- Escribe la expresión vectorial de la intensidad de campo gravitatorio y explica el significado de cada uno de sus términos.

La intensidad del campo gravitatorio creado por una masa M en un punto P situado a una distancia r de ella, viene dada por la  $\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$  expresión:



donde:  $\vec{g}$  = Intensidad del campo gravitatorio en N.kg<sup>-1</sup>= m.s<sup>-2</sup>

$$G = \text{constante de gravitación universal} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

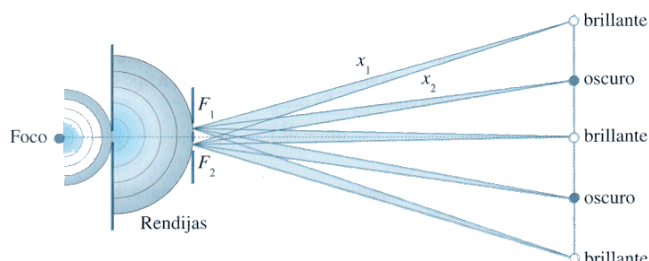
M = Masa creadora del campo gravitatorio en kg.

r = distancia de la masa al punto P donde queremos calcular el campo, en m.  $\vec{u}_r$  = vector unitario en la dirección de la línea que une la masa con el punto, su sentido es contrario al vector intensidad de campo, lo que explica el signo negativo del vector intensidad de campo.

3.- Justifica el fenómeno que se produce cuando una onda se encuentra con una rendija (o un obstáculo) de dimensiones comparables a λ.

Cuando una onda se encuentra al avanzar una rendija o un obstáculo de dimensiones del orden de su longitud de onda se produce el fenómeno de la **difracción**.

La difracción se produce cuando un obstáculo o rendija impide el avance de un frente de onda. Los puntos del frente de ondas que no están tapados por el obstáculo se convierten en centros emisores de nuevos frentes de onda, según el **principio de Huygens**, logrando la onda





**bordear el obstáculo o contornear las rendijas y propagarse detrás del mismo.**

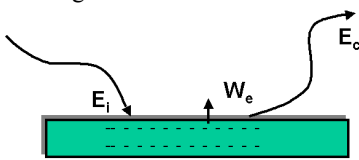
**La rendija se comporta como una infinidad de rendijas muy finas que dan lugar al fenómeno de interferencias de Young. Las ondas secundarias emitidas por el foco, permiten que el frente de ondas rebasar el obstáculo.**

Así una onda plana en el agua se difracta al chocar contra un obstáculo produciendo detrás de ondas circulares. Las ondas sonoras tienen la propiedad de difractarse de doblar las esquinas, lo que nos permite el poder oír detrás de un obstáculo. Las sombras proyectadas por objetos opacos no son perfectamente nítidas dando lugar a franjas brillantes y oscuras, que se pueden recoger en una pantalla. En la pantalla se observa un máximo central de luz, alternando con zonas oscuras y zonas de luz debido al fenómeno e interferencias que tienen lugar después de la difracción de la luz en la experiencia de las dos rendijas de Young.

#### **4.- Definir el trabajo de extracción de los electrones de un metal cuando recibe radiación electromagnética. Explica de que magnitudes depende la energía máxima de los electrones emitidos en el efecto fotoeléctrico.**

El trabajo de extracción ( $W_0$ ) **es la energía que es necesario comunicar para arrancar un electrón del metal.**

Si  $E$  es la energía que incide y absorbe el electrón. De acuerdo con el principio de conservación de la energía, la diferencia  $E - W_0$  es la energía cinética  $E_c$  del electrón que escapa. Esto es: Energía incidente = Trabajo de extracción + Energía cinética



$E_i = W_0 + E_c$ ;  $E_c = E - W_0 = h \cdot \nu - W_0$ ;  $E_c = h \cdot \nu - h \cdot \nu_0$ . Si la energía incidente ( $h \cdot \nu$ ) es mayor que el trabajo de extracción ( $W_0$ ) se produce el efecto fotoeléctrico. Existe una **frecuencia umbral** ( $\nu_0$ ) a partir de la cual se produce el efecto fotoeléctrico. La frecuencia umbral ( $\nu_0 = W_0/h$ ) es la frecuencia de la luz para que la energía cinética de los electrones emitidos sea cero.

La energía máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico **depende de la energía incidente y de la frecuencia umbral** (o sea del trabajo de extracción del metal ( $W_0 = h \cdot \nu_0$ )).

#### **4.- Un cohete tiene una longitud de 20 m cuando se encuentra en reposo. Calcula el cambio en la longitud cuando se desplaza a una velocidad de: a) $7,2 \cdot 10^7$ km/h.; b) $0,9 c$**

Según la teoría de la relatividad, a velocidades próximas a las de la luz, cuanto más rápidamente se mueve una barra, tanto más corta aparece. Un cuerpo que se mueve respecto de un observador tiene para éste una longitud en dirección del movimiento que es menor  $\frac{1}{\gamma}$  veces su longitud propia.

La longitud de un objeto medido en el Sistema de Referencia en el cuál esta el objeto en reposo se denomina longitud propia. En un S.R. en el cuál se esta moviendo el objeto, la longitud medida es más corta que la longitud propia.

Por tanto cualquier longitud es menor que la propia ya que  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} > 1$

La expresión:  $L' = \frac{L_p}{\gamma}$  recibe el nombre de contracción de Fitzgerald - Lorentz; ( $L' < L_p$ )

Como  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  tendemos que:  $L' = L_p \cdot \sqrt{1 - \beta^2} = L_p \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Los objetos no se contraen realmente, sino que al medir su longitud desde otro sistema de referencia ésta resulta ser menor que la longitud propia. La teoría de la relatividad de Einstein muestra que la contracción de Fitzgerald no constituye un cambio físico real en los cuerpos, sino una apariencia debida al movimiento relativo de los cuerpos.

Si en el sistema en reposo  $O$ , que ve el objeto en movimiento mide la longitud de la varilla es  $L$ . En el sistema en movimiento se mide la longitud de la varilla en movimiento es  $L/\gamma$ . Por tanto el observador  $O$  en reposo, que ve el objeto en movimiento, mide una longitud menor que el observador  $O'$  que ve el objeto en reposo.

**En nuestro problema:**

$$v = 7,2 \cdot 10^7 \text{ km/h} = (7,2 \cdot 10^7) \cdot (1.000/3.600) \text{ m/s} = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$c = 300.000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Sustituyendo:

$$L' = L_p \cdot \sqrt{1 - \beta^2} = L_p \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 20 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^8}\right)^2} = 20 \cdot \sqrt{1 - 0,0444} = 20 \cdot \sqrt{0,995} = \\ = 20 \cdot 0,9978 = 19,955m$$

$$\Delta L = L' - L_p = 19,955 - 20,000 = -0,045m = -4,5cm$$

Como se puede apreciar la contracción de la longitud de la varilla no es mucha, por ser su velocidad aún mucho más pequeña que la velocidad de la luz.

**Así, una barra reduce su longitud a la mitad al moverse con una velocidad aproximadamente igual al 90 % de la velocidad de la luz.**

**En efecto en este caso:**

$$L' = L_p \cdot \sqrt{1 - \beta^2} = L_p \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 20 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,9 \cdot c}{c}\right)^2} = 20 \cdot \sqrt{1 - 0,81} = 20 \cdot \sqrt{0,19} = 20 \cdot 0,436 = 8,72m$$